PERMÜTASYON

1 Sayma Metodları

Birbirinden bağımsız r tane işten

1. iş n_1 yoldan

2. iş n_2 yoldan

⋮

r. iş n_r yoldan gerçekleştirilebiliyorsa,

- Bu r tane işten biri (1. si veya 2. si veya .... r. si)

  $n_1 + n_2 + \dots\dots + n_r$ yoldan gerçekleştirilebilir.
- Bu r tane iş birlikte

  $n_1 \cdot n_2 \cdot \dots\dots \cdot n_r$ yoldan gerçekleştirilebilir.

Örnek:

Bir lokantada 3 farklı çorba, 4 farklı et yemeği, 5 farklı tatlı bulunmaktadır.

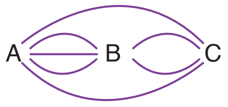
- 1 çorba veya 1 et yemeği veya 1 tatlı

  3 + 4 + 5 = 12 farklı şekilde yenilebilir.
- 1 çorba,1 et yemeği ve 1 tatlı

  $3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$ farklı şekilde yenilebilir.

2 Örnekler

1.



A'dan C'ye $\underset{\text{A-B}}{3}\cdot\overset{\text{B-C}}{2}\underset{\text{veya}}{+}\underset{\text{A-C}}{2}=8$

farklı yoldan gidilebilir.

2. {0, 1, 2, 3, 4, 5} rakamları kullanılarak üç basamaklı

- $\underline{5}\ \underline{6}\ \underline{6} = 180$ sayı yazılır.

  0 yazılamaz.
- Rakamları farklı $\underline{5}\ \underline{5}\ \underline{4} = 100$ sayı yazılır.

  0 yazılamaz. Yüzler basamağına yazılan sayı yazılmaz 0 yazılabilir.
- $\underline{5}\ \underline{6}\ \underline{3} = 90$ tek sayı yazılır.

  0 yazılamaz. {1, 3, 5}
- $\underline{5}\ \underline{6}\ \underline{3} = 90$ çift sayı yazılır.

  0 yazılamaz. {0, 2, 4}

3 Permütasyon

- $n \geq r$ ve $n, r \in N^+$

  n elemanlı bir kümenin r tane elemanın r'li sıralanışlarının her biri, n'nin r'li permütasyonu olur.

$$P(n,r)=\frac{n!}{(n-r)!}$$

- $P(n, 1) = n, \quad P(n, n) = n!$
- $P(n, r) = \underbrace{n \cdot (n-1) \cdot \dots\dots (n-r+1)}_{\text{r tane}}$

Örnek: $P(7, 3) = \underbrace{7 \cdot 6 \cdot 5}_{\text{3 tane}}$

4 Tekrarlı Permütasyon

n tane nesnenin, x, y ve z tanesi kendi içinde özdeş ise bu n tane nesne; $\frac{n!}{x!\cdot y!\cdot z!}$ farklı şekilde sıralanır.

Örnek: ÇANAKKALE kelimesinin harfleri ile 9 harfli anlamlı veya anlamsız; $\frac{9!}{3!\cdot 2!}$ tane kelime yazılabilir.

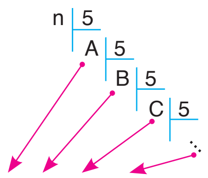
(3 tane A, 2 tane K)

FAKTÖRİYEL

1’den n’ye kadar olan ardışık doğal sayıların çarpımına n faktöriyel denir ve n! şeklinde gösterilir.

- $n! = n\,.\,(n-1)! = n\,.\,(n-1)\,.\,(n-2)!$
- $0! = 1,\quad 1! = 1,\quad 2! = 2\,.\,1 = 2,\quad 3! = 3\,.\,2\,.\,1 = 6,\quad 4! = 4\,.\,3\,.\,2\,.\,1 = 24,\quad 5! = 5\,.\,4\,.\,3\,.\,2\,.\,1 = 120$

1. n! sayısının sonundaki 0 miktarı için



A + B + C + ... toplamı alınır.

2. n! sonundaki 0 miktarı ile n! – 1’in sonundaki 9 miktarı aynıdır.

KOMBİNASYON

1 Kombinasyon

$n, r \in N$ ve $n \geq r$ olmak üzere,

n elemanlı bir A kümesinin r elemanlı alt kümelerinden her birine A kümesinin r'li kombinasyonu denir.

$$C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!\cdot r!}$$

Örnek: $C(10, 3) = \frac{10!}{7!\cdot 3!} = \frac{10\cdot 9\cdot 8}{3!}$

Kombinasyon = Seçme

Örnek1: 7 kişilik bir gruptan 2 kişi kaç farklı şekilde seçilir?

$$\binom{7}{2} = \frac{7\cdot 6}{2!} = 21$$

Örnek2: 10 kişilik bir sınıftan 3 kişilik ekip kaç farklı şekilde seçilir?

$$\binom{10}{3} = \frac{10!}{7!\cdot 3!} = \frac{10\cdot \overset{3}{\cancel{9}}\cdot \overset{4}{\cancel{8}}\cdot \cancel{7!}}{\cancel{7!}\cdot \underset{\underset{1}{\cancel{3}}}{\cancel{6}}} = 120$$

2 Kombinasyon Özellikleri

1. $\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$

2. $\binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n$

3. n elemanlı bir kümenin bütün alt kümelerinin sayısı

$$\underset{\substack{\text{boş}\\\text{küme}}}{\binom{n}{0}} + \overset{\substack{\text{1elemanlı alt}\\\text{kümeleri}}}{\binom{n}{1}} + \underset{\substack{\text{2 elemanlı}\\\text{alt kümeleri}}}{\binom{n}{2}} + \dots + \overset{\substack{\text{kümenin}\\\text{kendisi}}}{\binom{n}{n}} = 2^n$$

4. $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$

5. $\binom{n}{a} = \binom{n}{b} \Rightarrow (a = b \text{ veya } a + b = n)$

6. $\binom{n}{r-1} + \binom{n}{r} = \binom{n+1}{r}$

3 Kombinasyonda Geometri

Herhangi üçü doğrusal olmayan n nokta ile en çok

- $\binom{n}{2}$ adet doğru
- $\binom{n}{3}$ adet üçgen
- $\binom{n}{4}$ adet dörtgen çizilir.

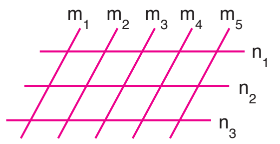
Herhangi üçü paralel olmayan n doğru en çok

- $\binom{n}{2}$ adet noktada kesişir.
- $\binom{n}{3}$ adet üçgen oluşturur.
- $\binom{n}{4}$ adet dörtgen oluşturur.

Yarıçapları farklı n tane çember en çok

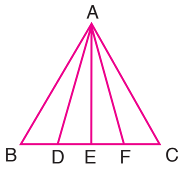
- $\binom{n}{2}\cdot 2$ noktada kesişir.

Örnek1:



şeklinde $\binom{5}{2}\cdot\binom{3}{2} = 30$ adet paralelkenar var.

Örnek2:



A tepe noktası olacak B, C, D, E, F noktalarında 2 nokta seçilir.

$\binom{5}{2}$ = 10 farklı üçgen çizilir.

BİNOM

1

Binom

- $n \in N$, x ve y den en az biri sıfırdan farklı

$$(x+y)^n = \binom{n}{0}x^n + \binom{n}{1}x^{n-1}y + \text{........} + \binom{n}{n}y^n$$

eşitliğine binom açılımı denir.

Örnek:

$$(x+y)^4 = \binom{4}{0}x^4 + \binom{4}{1}x^3y + \binom{4}{2}x^2y^2 + \binom{4}{3}xy^3 + \binom{4}{4}y^4$$

2

Binom Özellikleri

$(x+y)^n$ açılımında

1. $n + 1$ tane terim var.
2. Her terimde x ve y'nin üsler toplamı n
3. Katsayılar toplamı için değişkenler yerine 1 yazılır.
4. Baştan $(r + 1)$ terim $\binom{n}{r}x^{n-r}y^r$
5. $(x+y)^{2n}$ açılımında ortanca terim $\binom{2n}{n}x^ny^n$ dir.
6. Baştan ve sondan eşit uzaklıktaki terimlerin katsayıları mutlak değerce eşittir.

3

Binomda sabit sayı sorulursa değişkenler yerine 0 yazılır. Eğer paydayı sıfır yapıyorsa aşağıdaki örnekte olduğu gibi değişkenler yok edilir.

Örnek: $\left(x+\frac{1}{x^2}\right)^9$

$$\binom{9}{r}x^{9-r}\left(\frac{1}{x^2}\right)^r$$

$9 - r = 2r$ olmalı

$9 = 3r$

$r = 3$

$$\binom{9}{r}x^6 \cdot \frac{1}{x^6} = \binom{9}{3} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 84 \text{ sabit terimdir.}$$

OLASILIK

1

- Bir deneyde elde edilebilecek bütün çıktıların kümesine **örnek uzay** denir.
- Bir örnek uzayın herhangi bir alt kümesine **olay**, boş kümeye **imkânsız olay**, E örnek uzayına **kesin olay** denir.
- Bir örnek uzaya ait iki olayın kesişimi boş küme ise bu iki olaya **ayrık olay** denir.
- E örnek uzayına ait bir A olayının olasılığı P(A) ile gösterilmek üzere $E = \{e_1, e_2, e_3, \ldots, e_n\}$ sonlu bir örnek uzay olsun.
  $P(e_1) = P(e_2) = \ldots = P(e_n)$ ise eş olumlu örnek uzaydır.

2

Olasılık Hesabı

- $n, r, e\ Z^+$ $E = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ eş olumlu bir örnek uzay olmak üzere, E'ye ait bir A olayı

$A = \{e_1, e_2, e_3, \ldots, e_r\}$ ise A olayının olasılığı,

$$P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{r}{n} = \frac{\text{İstenen bütün durumların sayısı}}{\text{Olabilecek bütün durumların sayısı}}$$

şeklinde hesaplanır.

3

Özellikler

1. $P(\varnothing) = 0$, $P(E) = 1$
2. $A \subset B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$
3. A olayının gerçekleşme olasılığı P(A), gerçekleşmeme olasılığı ise $P(A^I)$ olmak üzere,
   $P(E) = P(A) + P(A^I) = 1$
4. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
5. $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n$ ikişer ikişer ayrık olaylar
   $A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \ldots \cup A_n = E$
   $P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \ldots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \ldots + P(A_n) = 1$

4

Koşullu (Şartlı) Olasılık

- A ve B, E örnek uzayının herhangi iki olayı olmak üzere B olayının gerçekleşmiş olması hâlinde A olayının gerçekleşmesi olasılığına, A olayının B'ye bağlı koşullu (şartlı) olasılığı denir.

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Örnek:

Hilesiz bir zarın düzgün bir zemine atıldığında asal sayı geldiği biliniyor. Buna göre çift sayı gelme olasılığı nedir?

$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{2, 3, 5\}$, $A = \{2, 4, 6\}$, $A \cap B = \{2\}$

$$\Rightarrow P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1}{3}$$

5

Bağımsız Olaylar

- İki olaydan birinin gerçekleşmesi veya gerçekleşmemesi, diğerinin gerçekleşme olasılığını değiştirmiyorsa bu iki olaya bağımsız olaylar denir.

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$

Örnek:

Madeni paranın yazı gelmesinin olasılığı $P(A) = \frac{1}{2}$

Hilesiz bir zarın üst yüzüne asal sayı gelmesinin olasılığı $P(B) = \frac{3}{6}$

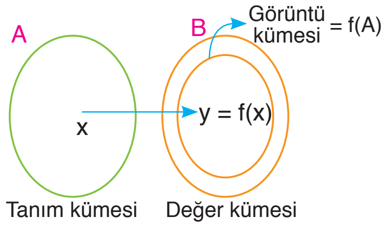
İki olayın birlikte olma olasılığı $P(A \cap B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{6} = \frac{1}{4}$

FONKSİYONLAR

1

Fonksiyon Tanımı

A kümesinin her elemanını B kümesinin yalnız bir elemanına eşleyen bir f bağıntısına fonksiyon denir.



- $s(A) = m$ ve $s(B) = n \Rightarrow$ A'dan B'ye fonksiyon sayısı n^m

2

Fonksiyonlarda İşlemler

$f: A \to \mathbb{R},\ g: B \to \mathbb{R}$ ve $A \cap B \neq \varnothing$

1. $(f \pm g): A \cap B \to \mathbb{R}$ ve $(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$

2. $(f \cdot g): A \cap B \to \mathbb{R}$ ve $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$

3. $\left(\frac{f}{g}\right): A \cap B \to \mathbb{R}$ ve $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)},\ g(x) \neq 0$

3

Fonksiyon Çeşitleri

1. Doğrusal Fonksiyon: $f(x) = ax + b$
2. Bire-Bir Fonksiyon: Tanım kümesindeki farklı her elemanın görüntüsü de farklı ise bire-bir fonksiyondur.
   $\forall x_1, x_2 \in A$ için $x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$ ya da $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$
3. Örten fonksiyon: $f(A) = B$ olmak üzere
   $f: A \to B$ fonksiyonunun değer kümesinde boşta eleman kalmıyorsa örtendir.
4. İçine fonksiyon: Görüntü kümesinde boşta eleman kalıyorsa içine fonksiyondur. $f(A) \subset B$ ve $f(A) \neq B$
5. Birim fonksiyon $(I(x))$: $f(x) = x$ ise birim fonksiyondur.
6. Sabit fonksiyon: $\forall x \in A$ için $f: A \to \mathbb{R},\ f(x) = c,\ c \in \mathbb{R}$ $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ sabit fonksiyon ise $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$
7. Sıfır fonksiyon: Her $x \in \mathbb{R}$ için $f(x) = 0$
8. Permütasyon fonksiyon: $f: \left(\begin{array}{cccc} a & b & c & d \\ x & y & z & t \end{array}\right) \begin{array}{l} \to \text{Tanım kümesi} \\ \to \text{Görüntü kümesi} \end{array}$
9. Parçalı fonksiyon: Tanım kümesinin alt kümelerinde farklı birer kuralla tanımlanan fonksiyona parçalı fonksiyon denir. Alt aralıkların bölündüğü noktalara kritik nokta denir.
10. Tek fonksiyon: $f(-x) = -f(x)$ ve orijine göre simetrik
    Çift fonksiyon: $f(-x) = f(x)$ ve Oy eksenine göre simetrik.

4

Parçalı Fonksiyon

$A \subseteq R,\ B \subseteq R$ ve $A \cap B = \varnothing$ olmak üzere

$$f(x) = \begin{cases} g(x), & x \in A \text{ ise} \\ h(x), & x \in B \text{ ise} \end{cases}$$

şeklindeki fonksiyonlara parçalı fonksiyon denir.

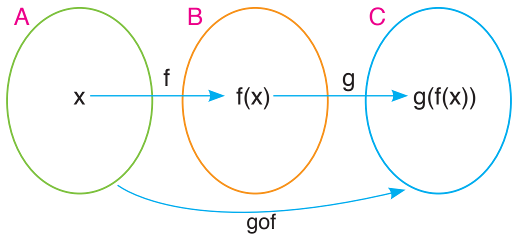
5

Bir Fonksiyonun Tersi

- $f: A \to B$ fonksiyonu bire-bir ve örten ise tersi vardır.
  $f^{-1} = \left\{(y, x) \mid (x, y) \in f\right\}$
  $f^{-1}: B \to A$
- $(f^{-1})^{-1} = f$
- $f(x) = y \Rightarrow f^{-1}(y) = x$
- $f: \mathbb{R} - \left\{\frac{-d}{c}\right\} \to \mathbb{R} - \left\{\frac{a}{c}\right\}$
  $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ bire-bir ve örten ise $f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$
- $f(x) = ax^2 + bx + c$ ifadesi tam kareye çevrilip, x yalnız bırakılmaya çalışılır.

6

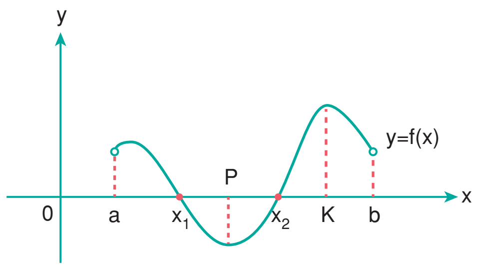
Fonksiyonlarda Bileşke



- $(fog)(x) = f(g(x))$ ve $(gof)(x) = g(f(x))$
- $fog \neq gof$ $(f \neq I \neq g)$
- $fog = gof$ ise
  - I. $f = g$ olabilir.
  - II. $f = g^{-1}$ olabilir.
  - III. f veya g birim fonksiyon olabilir.
- $fogoh = (fog)oh = fo(goh) = f(g(h))$
- $foI = Iof$ ve $fof^{-1} = I$
- $(fog)^{-1} = g^{-1}of^{-1}$

7

Grafik Yorumlama :



$f(a,b) \to R$ tanımlı olmak üzere

a) $f(x) = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2'dir.

b) $(a, x_1) \cup (x_2, b)$ aralığında $f(x) > 0$ dır.

c) (x_1, x_2) aralığında $f(x) < 0$ dır.

8

Doğrusal Fonksiyonların Grafiği:

$y = f(x) = ax+b$

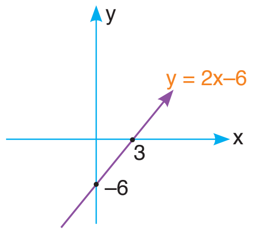
doğrusal fonksiyonun grafiğini çizmek için, bu doğrunun geçtiği en az iki nokta bulunur. Daha sonra bu noktalardan geçecek şekilde doğru grafiği çizilir.

- $f(x) = y = ax+b$ için:

Örnek: $f(x) = y = 2x-6$ nın grafiğini çizelim.

$x = 0$ için $y = -6 \Rightarrow (0, -6)$

$y = 0$ için $x = 3 \Rightarrow (3, 0)$



SADIK UYGUN YAYINLARI

Tanım :

n ∈ N ve $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \ldots, a_1, a_0$ gerçek sayılar olmak üzere,

$P(x) = a_n . x^n + a_{n-1} . x^{n-1} + \ldots + a_1 . x + a_0$ şeklindeki ifadelere bir bilinmeyenli n. dereceden polinom veya çok terimli denir.

➡ $a_n, a_{n-1}, \ldots, a_1, a_0$ polinomun katsayılarıdır.

➡ Polinomun terimlerinde x'in en büyük üssü olan n polinomun derecesidir. der[P(x)] = n şeklinde gösterilir.

➡ a_0 sabit terimdir. (Derecesi 0'dır.)

➡ En büyük dereceli x'in katsayısı olan a_n baş katsayıdır.

Sıfır Polinomu : P(x) = 0 (Derecesi yoktur.)

Sabit Polinom : P(x) = c , c ∈ R (Derecesi 0'dır.)

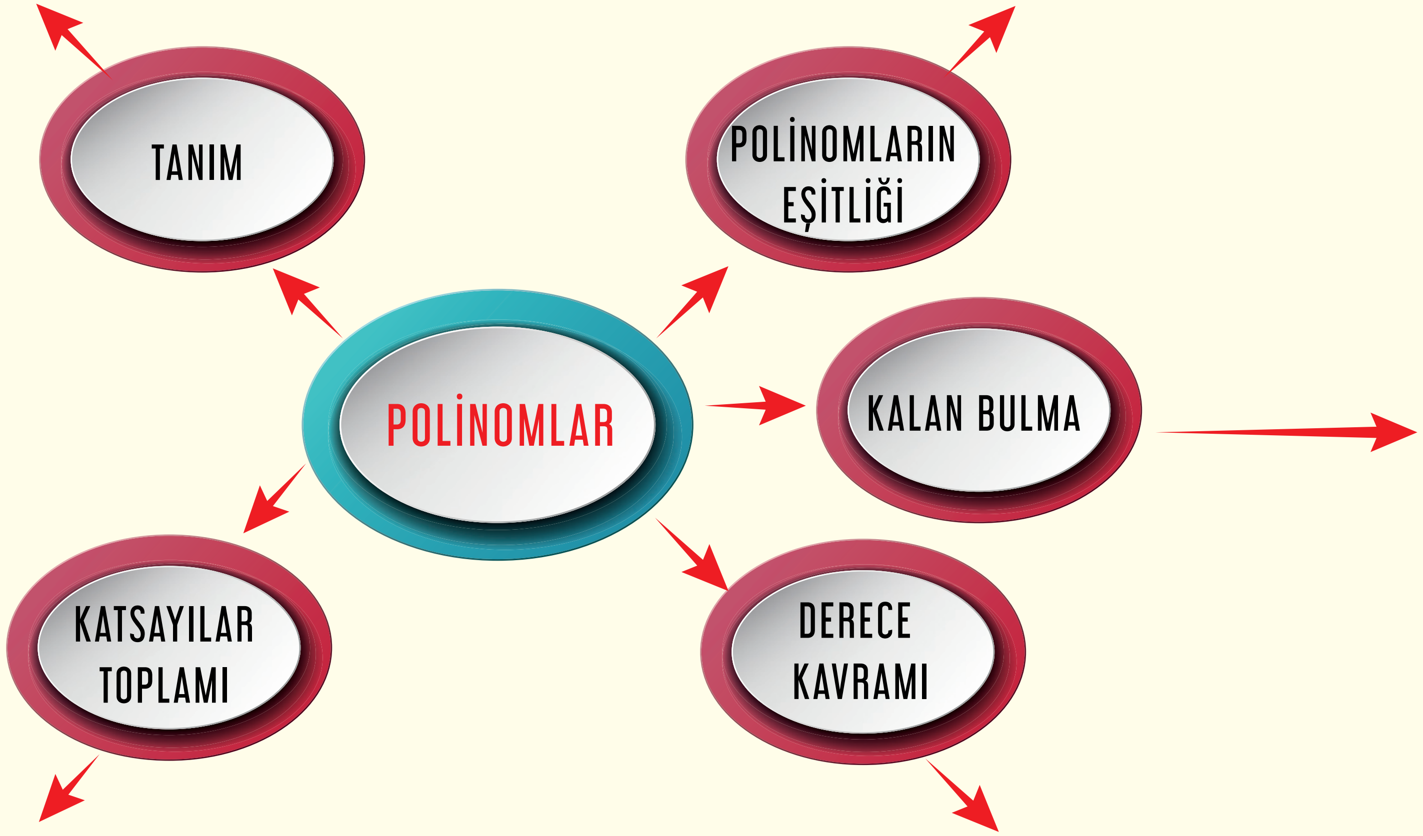
Polinomların Eşitliği :

Dereceleri ve aynı dereceli terimlerinin katsayıları eşit olan polinomlara eşit polinomlar denir.

$P(x) = a_n . x^n + a_{n-1} . x^{n-1} + \ldots + a_1 . x + a_0$

$Q(x) = b_n . x^n + b_{n-1} . x^{n-1} + \ldots + b_1 . x + b_0$

$P(x) = Q(x) \Leftrightarrow a_n = b_n , a_{n-1} = b_{n-1} , \ldots, a_0 = b_0$



TANIM

POLİNOMLARIN EŞİTLİĞİ

POLİNOMLAR

KALAN BULMA

KATSAYILAR TOPLAMI

DERECE KAVRAMI

Kalan Teoremi :

1) P(x) polinomunun x – a ile bölümünden kalan P(a) değeridir.
(x – a = 0 ⇒ x = a değeri x yerine yazılır.)

2) P(x) polinomunun ax + b ile bölümünden kalan $P\left(-\frac{b}{a}\right)$ değeridir.
(ax + b = 0 ⇒ $x = -\frac{b}{a}$ değeri x yerine yazılır.)

3) P(x) polinomunun $x^n - a$ ile bölümünden kalanı bulmak için polinomda x^n yerine a değeri yazılır.
($x^n - a = 0 \Rightarrow x^n = a$)

4) P(x) polinomu (x– a) . (x – b) ile tam bölünüyorsa
P(a) = 0 ve P(b) = 0'dır.

Katsayılar Toplamını Bulma:

1) Bir polinomda x yerine 0 yazılırsa sabit terim bulunur.

2) Bir polinomda x yerine 1 yazılırsa katsayılar toplamı bulunur.

3) $\frac{P(1) + P(-1)}{2}$ ifadesi P(x) polinomunun çift dereceli katsayılar toplamını verir.

4) $\frac{P(1) - P(-1)}{2}$ ifadesi P(x) polinomunun tek dereceli katsayılar toplamını verir.

Polinomların Dereceleri :

1) der[P(x) . Q(x)] = der[P(x)] + der[Q(x)]

2) $\text{der}\left[\frac{P(x)}{Q(x)}\right] = \text{der}[P(x)] - \text{der}[Q(x)]$

3) der[P(x)] > der [Q(x)] ise der[P(x) ∓ Q(x)] = der[P(x)]

4) $\text{der}[P(x^n)] = n . \text{der}[P(x)]$

5) $\text{der}[P^n(x)] = n . \text{der}[P(x)]$

6) der[P(Q(x))] = der[P(x)] . der[Q(x)]

İKİNCİ DERECEDEN DENKLEMLER

TANIM

KÖKLER VE KATSAYILAR ARASINDAKİ BAĞINTI

KARMAŞIK SAYI VE ÖZELLİKLERİ

DENKLEM TÜRLERİ

Tanım :

a, b, c $\in$ R ve $a \neq 0$ olmak üzere,

$ax^2 + bx + c = 0$ ifadesine ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem denir.

İkinci dereceden denklemin diskriminantı $\triangle = b^2 - 4ac$ olmak üzere denklemin kökleri

$\boxed{x_1 = \frac{-b + \sqrt{\triangle}}{2a}}$ veya $\boxed{x_2 = \frac{-b - \sqrt{\triangle}}{2a}}$ dır.

➡ $\triangle < 0$ ise denklemin reel kökü yoktur.

➡ $\triangle = 0$ ise denklemin çakışık (eşit) iki kökü vardır. Çözüm kümesi tek olmalıdır.

➡ $\triangle > 0$ ise denklemin farklı iki reel kökü vardır.

Kökler ve Katsayılar Arasındaki Bağıntılar:

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun.

a) $\boxed{x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}}$ b) $\boxed{x_1 \,.\, x_2 = \frac{c}{a}}$ c) $\boxed{|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\triangle}}{|a|}}$

Kökleri Verilen Denklemin Yazılması

Kökleri x_1 ve x_2 olan denklemin yazılması, $T = x_1 + x_2$ ve $Ç = x_1 \,.\, x_2$ olmak üzere denklem $\boxed{x^2 - Tx + Ç = 0}$ dır.

Karmaşık Sayılar :

a, b $\in$ R ve $i^2 = -1$ olmak üzere a + ib biçimindeki sayılara karmaşık sayılar denir.

$z = a + ib$ olmak üzere

➡ a sayısına gerçek kısım denir. Re(z) = a

➡ b sayısına sanal kısım denir. Im(z) = b

Karmaşık sayılar kümesi C ile gösterilir.

Kural : a, b $\in$ R olmak üzere $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminde $\triangle < 0$ olması durumunda reel kök yoktur, ancak birbirinin eşleniği olan karmaşık kökler bulunur.

$x_1 = a + ib$ ve $x_2 = a - ib$

Karmaşık Sayı Özellikleri :

i'nin Kuvvetleri :

$i = \sqrt{-1}$ olmak üzere

$i^2 = -1$
$i^3 = -i$
$i^4 = 1$

k $\in$ N olmak üzere
$i^{4k+1} = i$
$i^{4k+2} = -1$
$i^{4k+3} = -i$
$i^{4k} = 1$

Karmaşık Sayılarda İşlemler :

$z_1 = a + ib$ ve $z_2 = c + id$ olmak üzere,

1) $z_1 + z_2 = (a + c) + i(b + d)$

2) $z_1 \,.\, z_2 = (a + ib) \,.\, (c + id) = (ac - bd) + (ad + bc)i$

3) $\frac{z_1}{z_2} = \frac{a + ib}{\underset{(c - id)}{c + id}} = \frac{(a + ib) \,.\, (c - id)}{c^2 + d^2}$

Karmaşık Sayıların Eşitliği:

$z_1 = a + ib$ ve $z_2 = c + id$

$z_1 = z_2$ ise a = c ve b = d dir.

Karmaşık Sayının Eşleniği:

$z = a + ib$ olmak üzere,

z'nin eşleniği $\overline{z} = a - ib$ dir.

➡ $\overline{(\overline{z})} = z$

➡ $z \,.\, \overline{z} = a^2 + b^2$

➡ $(\overline{z_1 \,.\, z_2}) = \overline{z_1} \,.\, \overline{z_2}$

➡ $\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}$

➡ $(\overline{z^n}) = (\overline{z})^n$

➡ $(\overline{z_1 + z_2}) = \overline{z_1} + \overline{z_2}$

A. İkinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denkleme İndirgenebilen Denklemler :

1) $Ax^4 + Bx^2 + C = 0$ ise $x^2 = t$ alınır;

$At^2 + Bt + C = 0$

2) $a^{2x} + B \,.\, a^x + C = 0$ ise $a^x = t$ alınır;

$t^2 + Bt + C = 0$

3) $(ax + b)^2 + B \,.\, (ax + b) + C = 0$ ise

$ax + b = t$ alınır; $t^2 + B \,.\, t + C = 0$

B. Köklü Denklemler :

➡ $\sqrt[n]{f(x)} = y(x)$ denkleminin her iki tarafının n. kuvveti alınır, bulunan kökler ilk denklemde yerine konularak sağlayan kökler çözüm kümesine yazılır.

ÇOKGENLER

1. n kenarlı bir konveks çokgende,

a) Ardışık olmayan iki kenarı birleştiren doğru parçalarına köşegen denir.

b) Bir köşeden geçen köşegenler, çokgeni n – 2 tane üçgensel bölgeye ayırır.

c) İç açıların ölçüleri toplamı
(n – 2) 180° dir.

d) Dış açıların ölçüleri toplamı 360° dir.

e) Bir köşesindeki iç açının ölçüsü ile dış açısının ölçüsü toplamı 180° dir.

2. Düzgün Çokgen

Tüm kenarları, iç açılarının ölçüleri ve dış açılarının ölçüleri eşit olan çokgenlere düzgün çokgen denir.
Eşkenar üçgen, kare, düzgün beşgen… vs.
n kenarlı bir düzgün çokgende,

a) Bir iç açısının ölçüsü

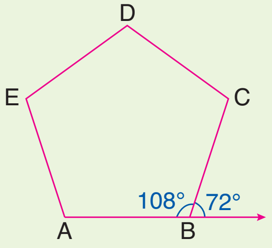
$x = \frac{(n-2)\cdot 180°}{n}$'dir.

b) Bir dış açısının ölçüsü

$\alpha = \frac{360°}{n}$'dir.

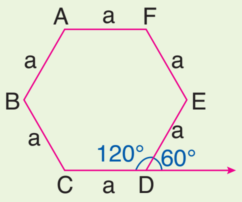
c) $x + \alpha = 180°$'dir.

3. Düzgün Beşgen



Bir iç açısının ölçüsü 108°'dir.
Bir dış açısının ölçüsü 72°'dir.

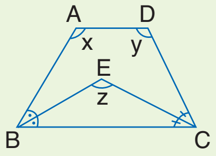
4. Düzgün Altıgen



Ç(ABCDEF) = 6 . a

Bir iç açısının ölçüsü 120°'dir.
Bir dış açısının ölçüsü 60°'dir.

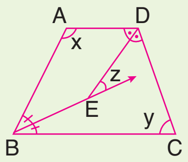
*



[BE] ve [CE] açıortay ise

$z = \frac{x+y}{2}$'dir.

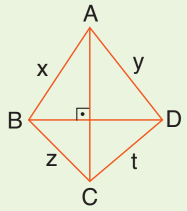
*



[BE] ve [DE] açıortay ise

$z = \frac{|x-y|}{2}$'dir.

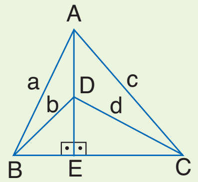
*



[AC] ⊥ [BD] ise

$x^2 + t^2 = y^2 + z^2$ dir.

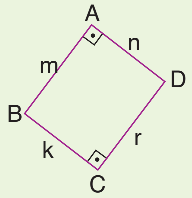
*



[AE] ⊥ [BC] ise

$a^2 + d^2 = b^2 + c^2$ dir.

*

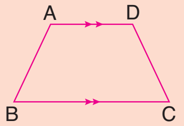


[AB] ⊥ [AD] ve [BC] ⊥ [DC] ise

$m^2 + n^2 = k^2 + r^2$

YAMUK

*

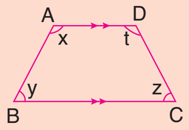


Karşılıklı iki kenarı paralel olan dörtgene yamuk denir.

Özellikleri

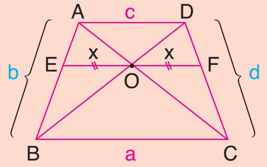
* İç açılarının ölçüleri toplamı 360°'dir.

*



x + y = 180°
z + t = 180°

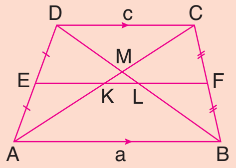
*



[AD] // [EF] // [BC] ise
|OE| = |OF| dir.

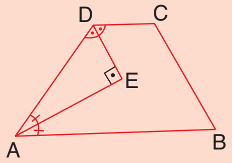
- $\frac{1}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{c} \Rightarrow \boxed{|EF| = \frac{2ac}{a+c}}$
- $|AC| = e$, $|BD| = f$
$e^2 + f^2 = b^2 + d^2 + 2ac$

* **Taban**



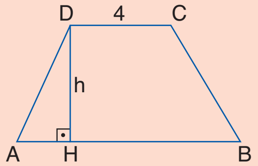
$|EF| = \frac{a+c}{2}$ $|KL| = \frac{a-c}{2}$

*



ABCD yamuk
[DE] ve [AE] açıortay ise $m(\widehat{AED}) = 90°$'dir.
E noktası orta taban üzerindedir.

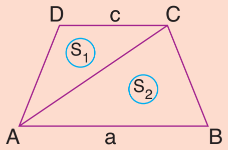
*



[DH] yükseklik olmak üzere,

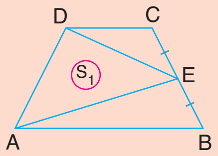
$A(ABCD) = \frac{|AB|+|DC|}{2}.h$ dir.

*



$\frac{S_1}{S_2} = \frac{c}{a}$'dır.

*

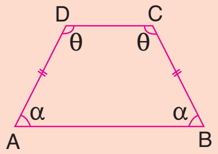


|CE| = |EB| ise
$S_1 = \frac{A(ABCD)}{2}$'dir.

İKİZKENAR YAMUK

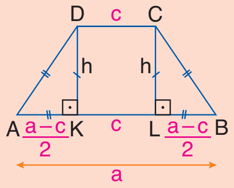
Yan kenarları eşit olan yamuğa ikizkenar yamuk denir.

*



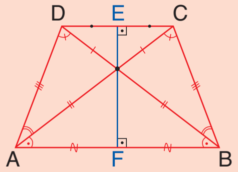
$m(\widehat{A}) = m(\widehat{B}) = \alpha$
ve
$m(\widehat{D}) = m(\widehat{C}) = \theta$

*



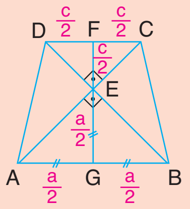
$\overset{\triangle}{AKD} \cong \overset{\triangle}{BLC}$
(eş üçgenler)

*



[EF] simetri eksenidir.

*



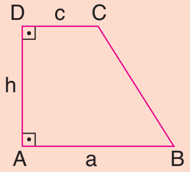
[AC] ⊥ [BD] ise

$|FG| = \frac{a+c}{2}$'dir.

DİK YAMUK

Yan kenarlarından biri yükseklik olan yamuktur.

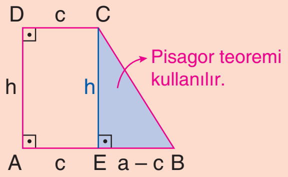
*



[AD]⊥[DC] ve [AD]⊥[AB]

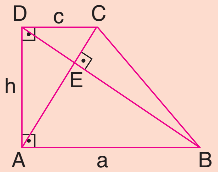
$A(ABCD) = \frac{(a+c)\cdot h}{2}$

*



AECD → dikdörtgen
CEB → dik üçgendir.

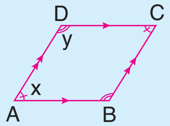
*



[AC] ⊥ [BD] ise $h^2 = a \cdot c$'dir.

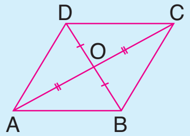
PARALELKENAR

Karşılıklı kenarları paralel veya eşit olan dörtgene **paralelkenar** denir.

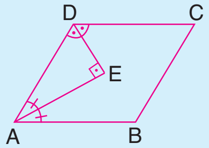


$x + y = 180°$ dir.

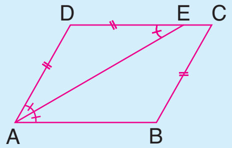
Özellikleri

* 

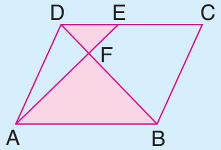
$|AO| = |CO|$
$|BO| = |DO|$

* 

[AE] ve [DE] açıortay ise $m(\widehat{AED}) = 90°$ dir.

* 

[AE] açıortay ise iç ters açıdan
$m(\widehat{EAB}) = m(\widehat{DEA})$ ve
$|AD| = |DE| = |BC|$'dir.

* 

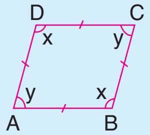
Paralelkenarda kelebek varsa kelebek oranı kullanılabilir.

$$\frac{|DE|}{|AB|} = \frac{|DF|}{|BF|} = \frac{|EF|}{|AF|}\text{'dir.}$$

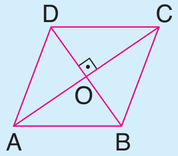
EŞKENAR DÖRTGEN

Tüm kenarları eşit olan paralelkenarlara **eşkenar dörtgen** denir.

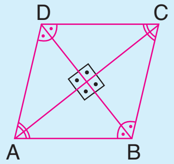
Özellikleri:

* 

Karşılıklı kenarlar eşittir.

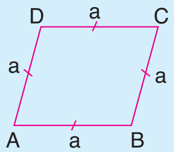
* 

Köşegenler dik kesişir.

* 

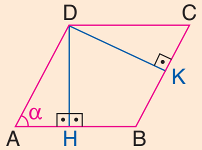
Köşegenler "**açıortay**"dır.

* Eşkenar dörtgen, paralelkenarın tüm özelliklerini sağlar.

* 

Çevre(ABCD) = 4a'dır.

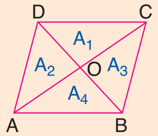
PARALELKENARIN ALANI



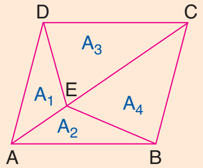
ABCD paralelkenarının alanı,

$A(ABCD) = |AB| \cdot |DH|$
$= |DK| \cdot |BC|$
$A(ABCD) = |AB| \cdot |AD| \cdot \sin\alpha$

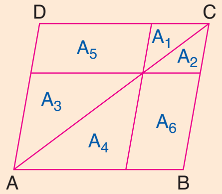
Özellikleri:

* 

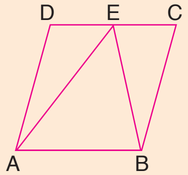
$A_1 = A_2 = A_3 = A_4$

* 

$A_1 = A_2\,,\ A_3 = A_4$

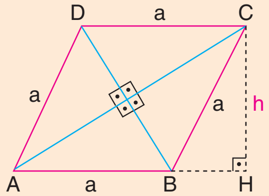
* 

$A_1 = A_2$
$A_3 = A_4$
$A_5 = A_6$

* 

$E \in [DC]$ ise
$A(AEB) = \frac{1}{2} \cdot A(ABCD)$

EŞKENAR DÖRTGENİN ALANI



ABCD eşkenar dörtgeninin alanı $A(ABCD) = \frac{|AC| \cdot |BD|}{2}$

$A(ABCD) = a \cdot h$

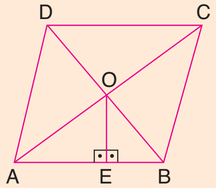
$m(\widehat{ABC}) = \alpha$ ise

$A(ABCD) = a \cdot a \cdot \sin\alpha$
$= a^2 \cdot \sin\alpha$

olarak bulunur.

Özellikleri:

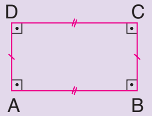
* Paralelkenarın tüm alan özelliklerini sağlar.

* 

$A(ABCD) = 2 \cdot |OE| \cdot |AB|$

DİKDÖRTGEN

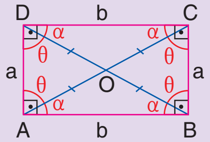
Köşeleri 90° olan paralelkenara **dikdörtgen** denir.



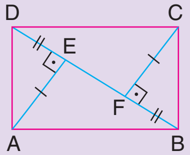
$m(\widehat{A}) = m(\widehat{B}) = m(\widehat{C}) = m(\widehat{D}) = 90°$

$|AB| = |CD|\,,\ |AD| = |BC|$

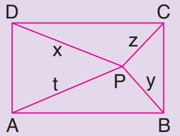
Özellikleri

* 

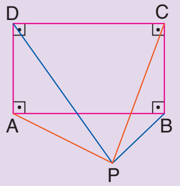
Çevre(ABCD) = 2(a + b)
$|AO| = |BO| = |CO| = |DO|$

* 

$|AE| = |CF|$ ve $|DE| = |BF|$

* 

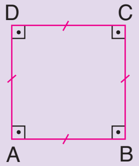
P Dikdörtgenin iç bölgesinde herhangi bir nokta
$x^2 + y^2 = z^2 + t^2$

* 

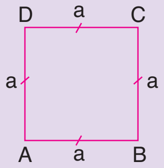
P Dikdörtgenin dış bölgesinde herhangi bir nokta
$|PA|^2 + |PC|^2 = |PB|^2 + |PD|^2$

KARE

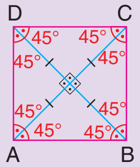
Tüm kenarları eşit olan dikdörtgene **kare** denir.



Özellikleri

* 

Çevre(ABCD) = 4a

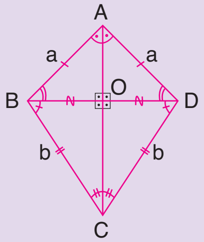
* 

Köşegenler dik kesişir, açıortaydır ve birbirine eşittir.

* Dikdörtgenin tüm özelliklerini sağlar.

DELTOİD

Tabanları çakışık olan iki farklı ikizkenar üçgenden oluşan dörtgene **deltoid** denir.



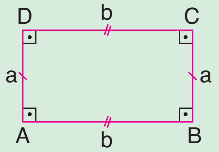
[AC] Simetri eksenidir.

Özellikleri

* Simetri ekseni, şekli iki eş parçaya böler.

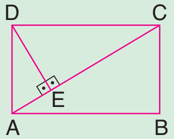
* Çevre(ABCD) = 2(a + b)

DİKDÖRTGENİN ALANI

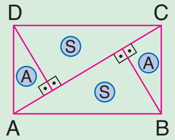


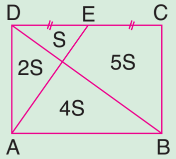
$A(ABCD) = a \cdot b$

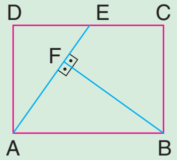
Özellikleri

* 

$A(ABCD) = |AC| \cdot |DE|$

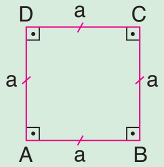
* 

* 

* 

$[AE] \perp [BF]$
$A(ABCD) = |AE| \cdot |FB|$

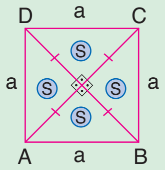
KARENİN ALANI



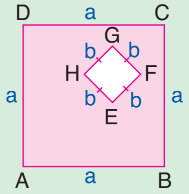
$A(ABCD) = a^2$

Özellikleri

* Dikdörtgenin tüm alan özelliklerini sağlar.

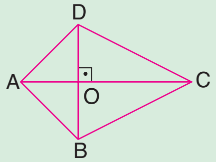
* 

$S = \frac{a^2}{4}$

* 

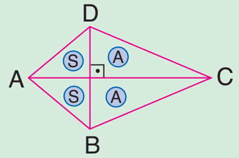
Taralı alan $= a^2 - b^2$

DELTOİDİN ALANI



$A(ABCD) = \frac{|AC| \cdot |BD|}{2}$

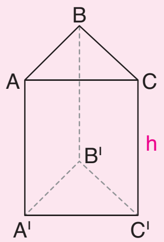
Özellikleri



[AC] simetri eksenidir. Simetrik yapıdan alan eş parçalara bölünür.

PRİZMALARDA ALAN

Üçgen Dik Prizma



Taban çevre = Ç(A'B'C') = $Ç_T$

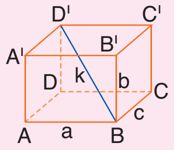
Taban alanı = A(A'B'C') = A_T

Yanal alanı = $Ç_T \cdot h$

Yüzey alanı = $2 \cdot A_T + \; Ç_T \cdot h$

Dikdörtgen Prizma

Tabanı dikdörtgen olan prizmadır.



$k = \sqrt{a^2+b^2+c^2}$

k: Cisim köşegeni

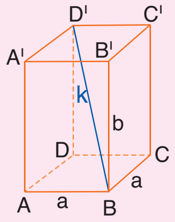
İki taban alanı = $2 \cdot a \cdot c$

Yanal alanı = $(2a + 2c) \cdot b$

Yüzey alanı = $2(ac + ab + bc)$

Kare Dik Prizma

Tabanı kare olan dikdörtgen prizmadır.



k: Cisim köşegeni

$k = \sqrt{2a^2+b^2}$

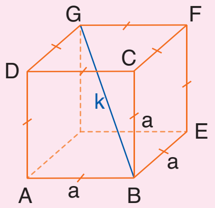
İki taban alanı = $2a^2$

Yanal alanı = $4a \cdot b$

Yüzey alanı = $2a^2 + 4ab$

Küp

Tüm ayrıtları eşit olan dikdörtgen prizmadır.



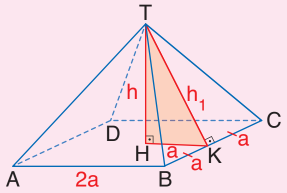
Bir yüzeyinin alanı = a^2

Yüzey alanı = $6a^2$

$k = \sqrt{3a^2} = a\sqrt{3}$

k(cisim köşegeni)

Kare Piramit



ABCD bir kare

T, ABCD: kare piramit

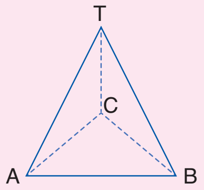
h: piramidin yüksekliği

h_1: yan yüz yüksekliği

THK dik üçgeninde,

$|TK|^2 = |TH|^2 + |HK|^2$ dir.

Üçgen Piramit

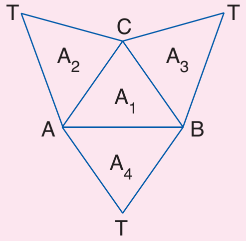


ABC: üçgen

Taban alanı: Alan(ABC)

Yüzey alanı için

Açık hâli



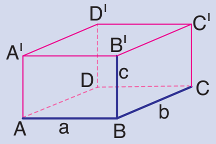
Yanal alanı = $A_2 + A_3 + A_4$

Yüzey alanı = Taban alanı + Yanal alan

$= A_1 + A_2 + A_3 + A_4$

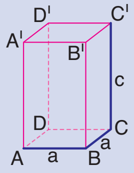
PRİZMALARIN HACMİ

Dikdörtgen Prizma



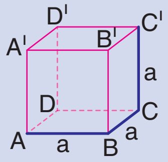
Hacim = $a \cdot b \cdot c$

Kare Dik Prizma



Hacim = $a \cdot a \cdot c = a^2 \cdot c$

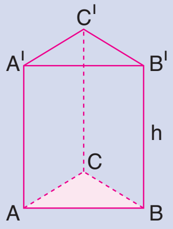
Küp



Hacim = $a \cdot a \cdot a = a^3$

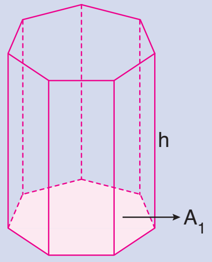
Kare dik prizma ve küp, dikdörtgen prizmanın özel durumlarıdır. Dolayısıyla kare dik prizma ve küpün hacim formülleri, dikdörtgen prizmanın hacim formülünün özelleşmiş hâlleridir.

Üçgen prizma



Hacim = $\text{Alan}(\widehat{ABC}) \cdot h$

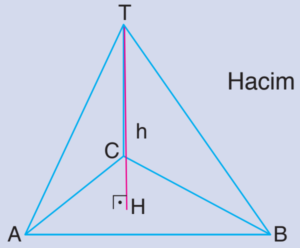
Çokgen prizma



A_1 = taban alanı ise

Hacim = $A_1 \cdot h$

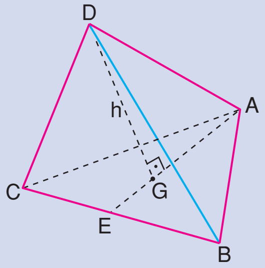
Üçgen Piramit



$$\text{Hacim} = \frac{A(\widehat{ABC}) \cdot h}{3}$$

∗ Tüm yüzeyleri eşkenar üçgen olan piramite **<u>Düzgün Dörtyüzlü</u>** denir.

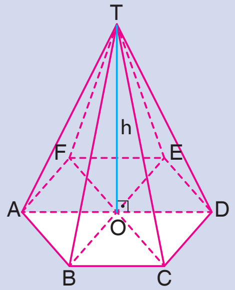
* Yüksekliği tabanın ağırlık merkezinden geçer.



$$h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

$$\text{Hacim} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$$

Altıgen Piramit



$$\text{Hacim} = \frac{A(ABCDEF) \cdot h}{3}$$

Düzgün Altıgen Dik Piramit

$$\text{Hacim} = a^2 \cdot h \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$